Roll No. ..... Total Printed Pages - 6

F - 3689

B. Sc. (Part - II) Examination, 2022
Mathematics
Old/New Course
Paper Second
(Differential Equations)

Time : Three Hours] *[Maximum Marks:50*

नोटः प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note: Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई -I/Unit - I

1. (अ) दर्शाइये कि

$$J_{-\frac{5}{2}}(x)=\sqrt{\frac{2}{\mathrm{D}x}}\left[\frac{3\cos x}{x^2}+\frac{3\sin x}{x}-\cos x\right]$$

Show that

$$J_{-\frac{5}{2}}(x)=\sqrt{\frac{2}{\mathrm{D}x}}\left[\frac{3\cos x}{x^2}+\frac{3\sin x}{x}-\cos x\right]$$

(ब) निम्न समाकलन का मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^\infty e^{-ax}J_0(bx)\,dx$$

Find the value of following integral-

$$\int_0^\infty e^{-ax}J_0(bx)\,dx$$

(स) सिद्ध कीजिए कि $\left(1-x^2\right)P_n^{\,1}=\left(n+1\right)\left(xP_n-P_{n+1}\right)$

Prove that $\left(1-x^2\right)P_n^{\,1}=\left(n+1\right)\left(xP_n-P_{n+1}\right)$

इकाई -II/Unit - II

2. निम्नलिखित का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए।

(1) $cosh2t\cdot cos2t$

(2) $4\,Sin^2 \cdot 2t$

Find the Laplace transformation of the following-

(1) $cosh 2t \cdot cos 2t$

(2) $4\,Sin^2 \cdot 2t$

(ब) मान ज्ञात कीजिए।

$$L^{-1}\left[\frac{1}{(P+2)(P-1)^2}\right]$$

Find the value of

$$L^{-1}\left[\frac{1}{(P+2)(P-1)^2}\right]$$

(स) हल कीजिए

$$(D^2+3D+2)y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0$$

Solve

$$(D^2+3D+2)y=0,\ y(0)=1, y'(0)=0$$

इकाई -III/Unit - III

3. (अ) पूर्ण समाकलन ज्ञात कीजिए।

$$z\,(p^2-q^2)=x-y$$

Find complete integral

$$z\,(p^2-q^2)=x-y$$

(ब) हल कीजिए $\sqrt{p}+\sqrt{q}=1$

Solve $\sqrt{p}+\sqrt{q}=1$

(स) हल कीजिए $px+qy=xyz$

Solve $px+qy=xyz$

इकाई -IV/Unit - IV

4. (अ) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-x^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ का वर्गीकरण एवं विहित रूप में समानयन कीजिए।

Classify and reduce the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-x^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ to canonical form.

(ब) हल कीजिएः $\left(D^2 + DD' - 6D'^2\right)z = y\sin x$

Solve $\left(D^2 + DD' - 6D'^2\right)z = y\sin x$

(स) हल कीजिए :

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2y^2$$

Solve $x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2y^2$

इकाई -V/Unit - V

5. (अ) दर्शाइये कि दो स्थिर बिंदुओं को मिलाने वाला सबसे छोटा वक्र एक रेखा है।

Show that the shortest curve joining two fixed points is a straight line.

(ब) फलनक

$\mathrm{I}\left[y(x)\right] = \int_{x_1}^{x_2}\left(y^2 + y'^2 - 2y\sin x\right)dx$ के चरम मान ज्ञात कीजिए।

Find the extremal of the functional

$$\mathrm{I}\left[y(x)\right] = \int_{x_1}^{x_2}\left(y^2 + y'^2 - 2y\sin x\right)dx$$

(स) क्या $A(0,0)$ और $B(a,0)$ से होकर जाने वाले फलनक

$$\mathrm{I}\left[y(x)\right] = \int_{0}^{a}\left[y'^2 + y^2 + x^2\right]dx$$

के चरम के लिए जैकोबी प्रतिबंध संतुष्ट होता है।

Is the Jacobi condition fulfilled for the extremal of the functional $\mathrm{I}\left[y(x)\right] = \int_{0}^{a}\left[y'^2 + y^2 + x^2\right]dx$

passing through $A(0,0)$ and $B(a,0)$?